

# Performance Analysis of OSTBC MIMO OFDM With a Code Rate ½ and ¾

Selly Mcnally Yescas Antonio, Marco Antonio Acevedo Mosqueda and Jorge Roberto Sosa Pedroza

EasyChair preprints are intended for rapid dissemination of research results and are integrated with the rest of EasyChair.

# Análisis y Simulación de los Esquemas OSTBC para una tasa de código ½ y ¾ MIMO OFDM

Ing. Selly Mcnally Yescas Antonio<sup>1</sup>, Dr. Marco Antonio Acevedo Mosqueda<sup>2</sup>, Dr. Jorge Roberto Sosa Pedroza<sup>3</sup>. Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Posgrado e Investigación Unidad Adolfo López Mateos, Edificio Z4, 3er Piso, Col. Lindavista, Ciudad de México <sup>1, 2,3</sup>

syescasa1800@alumno.ipn.mx<sup>1</sup>, macevedo@ipn.mx<sup>2</sup>, jsosa@ipn.mx<sup>3</sup>

Resumen— Los sistemas MIMO (Multiple Input-Multiple Output) con múltiples antenas en ambos extremos de un enlace de transmisión junto con técnicas como OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) son una solución viable y eficiente para futuros sistemas de comunicaciones inalámbricas. Sin embargo, los sistemas MIMO experimentan los efectos de interferencia entre símbolos (ISI), la cual puede verse contrarrestada con los esquemas STBC (Space-Time Block Codes) que es una técnica muy confiable para lograr la eficiencia del ancho de banda y la capacidad de supresión de ISI. En este artículo el principal objetivo es proporcionar los resultados de las simulaciones del Código Alamouti y OSTBC (Orthogonal Space Time Block Codes) en unión a los sistemas MIMO-OFDM, con diferentes tipos de modulación (BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM y 64QAM), y evaluando sus tasas de error de bits (BER) con respecto a la relación señal a ruido (SNR).

#### Palabras Clave — BER, MIMO, OFDM, STBC, OSTBC, SNR.

#### I. INTRODUCCIÓN

El gran interés en los sistemas de comunicación ha tenido como consecuencia una intensa búsqueda de soluciones que permitan mejorar las cualidades de los enlaces. En los sistemas de comunicación inalámbrica, esos esfuerzos han sido enfocados en disminuir los efectos del canal radio y aumentar la tasa de datos. Esta búsqueda de soluciones ha visto sus frutos en el desarrollo de tecnologías como las técnicas de diversidad espacial MIMO, en donde se hace uso de agrupamientos de antenas para mejorar la confiabilidad y aumentar las tasas de datos, y OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), la cual es otra técnica desarrollada para lidiar contra las limitantes impuestas en una comunicación inalámbrica, que ha sido destacada por ser incluida en varios estándares de nueva generación. Esta dota de robustez a un enlace inalámbrico, convirtiendo un canal selectivo en frecuencia en varios canales con desvanecimiento plano, a través del uso de subportadoras ortogonales. La técnica OFDM provocó una revolución en la comunicación moderna, pero debido a varias desventajas, como su alta relación de potencia pico a potencia promedio (PAPR, por sus siglas en inglés) todavía se sigue estudiando y analizando para mejorar sus características, como, por ejemplo, sus rendimientos de BER. Para superar estas deficiencias, se utilizan varios algoritmos como LDPC (Low density parity check) y STE (Space time encoder), etc. y así poder mejorar la eficiencia de los sistemas [1].

Cuando se habla de los sistemas MIMO la diversidad se puede lograr mediante el diseño de código de bloques espaciotiempo (STBC por sus siglas en inglés). Para utilizar el enorme potencial de múltiples antenas, es necesario elegir estrategias de transmisión, y en este trabajo se elige los denominados códigos de bloques espacio-tiempo (STBC). Con dicho sistema, el rendimiento puede aumentar, transmitiendo simultáneamente diferentes flujos de datos en las diferentes antenas de transmisión, pero a la misma frecuencia portadora. Los STBC con diseños ortogonales fueron propuestos por primera vez por Alamouti [2] y después por Tarokh-Jafarkhani-Calderbank [3], han tenido una atención considerable debido a la decodificación sencilla de máxima verosimilitud (ML) y la obtención de la diversidad completa. Los sistemas MIMO además mejoran el rendimiento de transmisión en el canal de comunicación entre el transmisor y el receptor al combatir el desvanecimiento por trayectos múltiples [5]. La Figura 1 muestra una ilustración de un modelo del canal MIMO con los símbolos transmitidos y recibidos,  $X_{NT}$  e  $Y_{NR}$  respectivamente. Y donde Hes la ganancia compleja del canal entre la antena transmisora i-enésima hasta la antena receptora j-enésima.

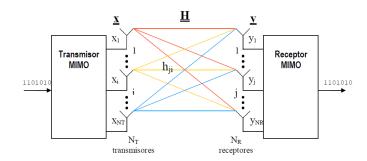


Figura 1.- Modelo de un canal MIMO [4]

#### II. METODOLOGÍA/DESARROLLO

# A. Teoría

Los STBC son una forma general del esquema Alamouti [2]. Los cuales se dividen a saber en dos clases principales; OSTBC (Orthogonal Space Time Block Codes) y NOSTBC (Non Orthogonal Space Time Block Codes). Los esquemas que se estudian y analizan en este artículo son los OSTBC, pues estos logran una diversidad completa y una baja complejidad en la



decodificación. Los STBC se combinan con los sistemas MIMO para permitirle al receptor múltiples réplicas de la señal transmitida a través de varias antenas y para explotar las diversas versiones recibidas de los datos y así mejorar la confiabilidad del sistema en general [6]. En el decodificador de los sistemas STBC se combinan todas las réplicas de la señal recibida de manera óptima para extraer la mayor cantidad de información posible de cada una de ellas.

Un STBC está representado por la siguiente matriz de código S, en la que cada fila representa las transmisiones de una antena a lo largo del tiempo y cada columna representa un intervalo de tiempo. Este código es ortogonal por naturaleza.

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1T} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2T} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{N_T 1} & s_{N_T 2} & \cdots & s_{N_T T} \end{bmatrix}$$
(1)

## B. Generalización de los STBCs

Gracias a la ortogonalidad del código de espacio-tiempo Alamouti para los casos cuando se tienen dos antenas de transmisión, la decodificación ML en el receptor se puede implementar mediante un procesamiento lineal simple. Esta idea se generalizó para un número arbitrario de antenas de transmisión utilizando el método de diseño ortogonal general desarrollado en [3].

Dos objetivos principales en el diseño de los STBC ortogonales son, uno, lograr el orden de diversidad de  $N_TN_R$  y dos, implementar una detección por símbolo computacionalmente eficiente en el receptor que logre el rendimiento del decodificador ML. La Figura 2 muestra el esquema generalizado del codificador y decodificador STBC para un sistema MIMO.

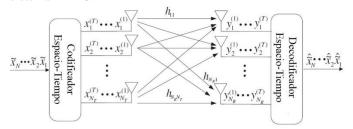


Figura 2. Codificador y Decodificador STBC-MIMO

Dado que  $x_i^{(t)}$  es la señal transmitida desde la antena de transmisión i-enésima durante el período de símbolo t-enésimo, la señal recibida en la antena de recepción j-enésima durante el período de símbolo t-enésimo será igual a:

$$\begin{bmatrix} y_{1}^{(i)} & y_{1}^{(2)} & \cdots & y_{1}^{(T)} \\ y_{2}^{(i)} & y_{2}^{(2)} & \cdots & y_{2}^{(T)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N_{s}}^{(i)} & y_{N_{s}}^{(2)} & \cdots & y_{N_{s}}^{(T)} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{E_{s}}{N_{0}N_{T}}} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_{T}} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_{T}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_{s}1} & h_{N_{s}2} & \cdots & h_{N_{s}N_{t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1}^{(i)} & x_{1}^{(2)} & \cdots & x_{t}^{(T)} \\ x_{2}^{(i)} & x_{2}^{(2)} & \cdots & x_{2}^{(T)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N_{t}}^{(i)} & x_{N_{T}}^{(2)} & \cdots & x_{N_{T}}^{(T)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{1}^{(i)} & \eta_{1}^{(2)} & \cdots & \eta_{1}^{(T)} \\ \eta_{2}^{(i)} & \eta_{2}^{(2)} & \cdots & \eta_{2}^{(T)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{N_{t}}^{(i)} & \eta_{N_{t}}^{(2)} & \cdots & \eta_{N_{t}}^{(T)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} \qquad \qquad \mathbf{H} \qquad \mathbf{X} \qquad \mathbf{1}$$

Donde  $\eta_j^{(t)}$  es el ruido añadido desde la antena de recepción *j*-enésima durante el período de símbolo *t*-enésimo.  $E_x$  es la energía promedio de cada señal transmitida.

Entonces dada la ecuación (2) se puede reescribirla como:

$$Y = \sum_{N=1}^{N_T} H \cdot X + \eta \tag{3}$$

Y para la detección ML en el receptor tenemos [7]:

$$X = \underset{X \in \chi^{M_{i} \times T}}{\min} \left\| Y - HX \right\|^{2} \tag{4}$$

$$X = \arg\min \sum_{t=1}^{T} ||y_{t} - Hx_{t}||^{2}$$
(5)

#### C. Modelo Matemático

Ahora bien, cuando  $N_T \ge 3$ , se sabe que no existe un diseño de STBC complejo que satisfaga al mismo tiempo la máxima ganancia de diversidad y la máxima tasa de codificación, por lo que a continuación se analizan y desarrollan los esquemas OSTBC para  $N_T = 4$ ,  $N_T = 8$  con una tasa de código de ½ y al final el esquema  $N_T = 3$  para una tasa de código igual a ¾.

$$X_{(3,compleje)} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ x_2 & x_1^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \end{bmatrix}$$
 (6)

$$X_{4,complejo} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & x_1^* & -x_2^* & -x_3^* & -x_4^* \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_2^* & x_1^* & x_4^* & -x_3^* \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \\ x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_4^* & x_3^* & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix}$$
(7)

$$X_{\text{g.complexip}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 & x_1^2 & -x_2^2 & -x_3^2 & -x_4^2 & -x_5^2 & -x_6^2 & -x_7^2 & -x_8^2 \\ x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 & -x_6 & x_5 & x_8 & -x_7 & x_2^2 & x_1^2 & -x_4^2 & x_2^2 & -x_6^2 & -x_6^2 & -x_7^2 & -x_8^2 \\ x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 & -x_7 & -x_8 & x_5 & x_6 & x_2^2 & x_1^2 & -x_2^2 & -x_7^2 & -x_8^2 & x_5^2 & x_6^2 \\ x_4 & -x_5 & x_2 & x_1 & -x_6 & x_7 & -x_6 & x_5^2 & x_6^2 & -x_7^2 & -x_6^2 & x_5^2 & -x_6^2 & -x_$$

## D. Decodificación ML

A modo de ejemplo, se utiliza el OSTBC complejo para  $N_T = 4$  con una tasa de código ½. La decodificación ML del sistema puede lograrse usando solo procesamiento lineal en el receptor. El OSTBC tiene a  $x_1, x_2, x_3, x_4$  y sus conjugados. Estos símbolos se transmiten simultáneamente desde las antenas uno, dos, tres y cuatro, respectivamente.



Entonces, la detección de ML equivale a minimizar la siguiente métrica de decisión sobre todos los valores posibles de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $x_4$ :

$$\sum_{j=1}^{m} \left( \left| y_{1,j} - h_{1,j} x_{1} - h_{2,j} x_{2} - h_{3,j} x_{3} - h_{4,j} x_{4} \right|^{2} + \left| y_{2,j} + h_{1,j} x_{2} - h_{2,j} x_{1} + h_{3,j} x_{4} - h_{4,j} x_{3} \right|^{2} + \left| y_{3,j} + h_{1,j} x_{1} - h_{2,j} x_{2} - h_{3,j} x_{1} + h_{4,j} x_{2} \right|^{2} \right. \\
+ \left| y_{4,j} + h_{4,j} x_{4} + h_{2,j} x_{3} - h_{5,j} x_{2} - h_{4,j} x_{4} \right|^{2} + \left| y_{5,j} - h_{1,j} x_{1}^{*} - h_{2,j} x_{2}^{*} - h_{3,j} x_{3}^{*} - h_{4,j} x_{4}^{*} \right|^{2} + \left| y_{6,j} + h_{1,j} x_{2}^{*} - h_{2,j} x_{1}^{*} + h_{3,j} x_{4}^{*} - h_{4,j} x_{3}^{*} \right|^{2} \\
+ \left| y_{7,j} + h_{4,j} x_{4}^{*} - h_{7,j} x_{4}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} \right|^{2} + \left| y_{8,j} + h_{4,j} x_{4}^{*} - h_{5,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} \right|^{2} + \left| y_{8,j} + h_{1,j} x_{4}^{*} - h_{2,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} \right|^{2} + \left| y_{8,j} + h_{1,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} \right|^{2} + \left| y_{8,j} + h_{1,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} - h_{4,j} x_{5}^{*} \right|^{2} + \left| y_{8,j} + h_{1,j} x_{5}^{*} - h_{2,j} x_{5}$$

La métrica anterior se descompone en cuatro partes, una por cada palabra código, y a su vez se minimiza para cada función, es decir:

Para la detección de  $x_1$ :

$$\left|\sum_{j=1}^{m}(y_{1j}h_{1j}^{*}+y_{2j}h_{2j}^{*}+y_{3j}h_{3j}^{*}+y_{4j}h_{4j}^{*}+(y_{5j})^{*}h_{1j}+(y_{6j})^{*}h_{2j}+(y_{7j})^{*}h_{3j}+(y_{8j})^{*}h_{4j})-x_{1}\right|^{2}+(-1+2\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{4}\left|h_{ij}\right|^{2})\left|x_{i}\right|^{2}$$
(10)

Para la detección de  $x_2$ :

$$\left| \sum_{j=1}^{m} (y_{1j} h_{2j}^{*} - y_{2j} h_{1j}^{*} - y_{2j} h_{1j}^{*} + y_{4j} h_{2j}^{*} + (y_{5j})^{*} h_{2j} - (y_{6j})^{*} h_{1j} - (y_{7j})^{*} h_{4j} + (y_{8j})^{*} h_{3j} - x_{2} \right|^{2} + (-1 + 2 \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{4} |h_{ij}|^{2}) |x_{2}|^{2}$$
(11)

Para la detección de  $x_3$ :

$$\left|\sum_{j=1}^{m}(y_{1j}h_{3j}^{*}+y_{2j}h_{4j}^{*}-y_{3j}h_{4j}^{*}-y_{4j}h_{2j}^{*}+(y_{5j})^{*}h_{3j}+(y_{6j})^{*}h_{4j}-(y_{7j})^{*}h_{1j}-(y_{8j})^{*}h_{2j})-x_{3}\right|^{2}+(-1+2\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{4}\left|h_{ij}\right|^{2})\left|x_{3}\right|^{2}$$
(12)

Para la detección de x<sub>4</sub>:

$$\left| \sum_{j=1}^{m} (y_{1j} h_{4j}^* - y_{2j} h_{3j}^* + y_{3j} h_{2j}^* - y_{4j} h_{1j}^* + (y_{5j})^* h_{4j} - (y_{6j})^* h_{3j} + (y_{7j})^* h_{2j} - (y_{8j})^* h_{1j} - x_4 \right|^2 + (-1 + 2 \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{4} \left| h_{ij} \right|^2) \left| x_4 \right|^2$$
(13)

Para la simulación de los esquemas de OSTBC mostrados, se utilizó al programa de Matlab, siguiendo el siguiente esquema mostrado en la Figura 3. En el cual se puede visualizar en forma general la aplicación de la técnica OFDM sobre los Códigos STBC en un sistema MIMO.

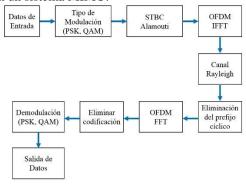


Figura 3. Diagrama a bloques de la metodología usada

# III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Siguiendo la metodología anterior, las simulaciones se realizaron con base a las matrices de transmisión mostradas en (5), (6) y (7), realizando la decodificación ML para cada una, y comparadas a su vez con los esquemas 2 × 1 y 2 × 2 mostradas en [2] pero con el entorno MIMO OFDM. Los resultados están en términos de tasa BER vs SNR y con las modulaciones BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM y 64QAM. En la Tabla 1 se muestran los parámetros de simulación que se usaron durante la ejecución del script Matlab. El número de antenas en el transmisor y en el receptor se mantienen en un constante cambio para cada con

configuración. Se evalúa el comportamiento del sistema MIMO diseñado, mediante los siguientes parámetros, ya que se busca recrear los escenarios y el comportamiento de estos sistemas. Así por ejemplo los valores tomados como SNR y número de paquetes enviados nos muestran mejores resultados respecto a cada esquema MIMO, y la simulación es en menor tiempo.

TABLA 1 PARÁMETROS DE LAS SIMULACIONES EN MATLAB R2014A

Parámetros	Valores
Número de bloques	100
Número de antenas transmisoras	2,3,4,8
Número de antenas receptoras	1,2,4,8
Número de subportadoras	130
Codificación	Alamouti, OSTBC
Detección	ML (Máxima Verosimilitud)
Ruido	AWGN (Ruido Blanco)
Canal de Comunicaciones	Flat Rayleigh Fading
Relación SNR	0:2:30 dB
Número de paquetes	4000

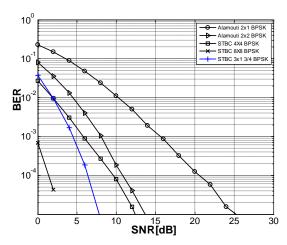


Figura 4. BER vs SNR de todos los esquemas analizados con modulación BPSK

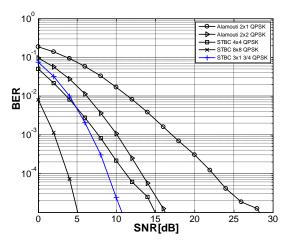


Figura 5. BER vs SNR de todos los esquemas analizados con modulación QPSK



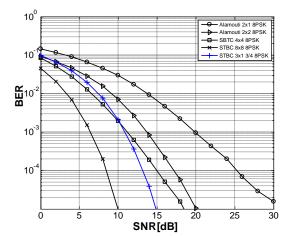


Figura 6. BER vs SNR de todos los esquemas analizados con modulación 8PSK

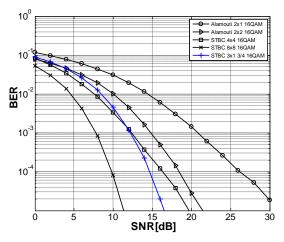


Figura 7. BER vs SNR de todos los esquemas analizados con modulación 16QAM

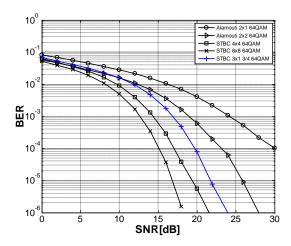


Figura 8. VER vs SNR de todos los esquemas analizados con modulación 64QAM

#### IV. CONCLUSIONES

Durante la elaboración de este artículo se realizó la generalización de los diseños STBC para 2, 3, 4 y 8 antenas transmisoras, utilizando diferentes tasas de código y esquemas de modulación, también se mostró la decodificación ML del esquema OSTBC para  $N_T=4$ . Además se prestó atención al hecho que una mayor ganancia de diversidad no siempre implica un mejor rendimiento, esto se puede observar para los esquemas  $4\times4$  y  $3\times1$ . También se pueden observar en las Figuras 4-8 que la menor SNR con respecto a la tasa BER siempre es para la modulación BPSK. También se concluye que es preferible un orden de modulación baja con tasas de código altas, que en este trabajo de tesis fue  $\frac{3}{4}$  que una modulación alta con tasas de código bajas, para nuestro caso,  $\frac{1}{2}$ . Ya que si bien disminuía la tasa BER, aumentaba la relación SNR.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional y a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de Telecomunicaciones por el apoyo brindado durante el desarrollo y redacción de este artículo.

#### REFERENCIAS

- G. Klang, A.F. Naguib, "Transmit diversity based on space-time block codes in frequency selective Rayleigh fading DS-CDMA systems", Vehicular Technology Conference
- [2] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 16, pp. 1451– 1458, Aug. 1998.
- [3] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space– time block codes from orthogonal designs," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 45, pp. 1456–1467, July 1999.
- [4] https://slideplayer.es/slide/17100461/
- [5] S Nandi, A Nandi, "Performance Analysis of Alamouti STBC MIMO OFDM for Different Transceiver System" (2018), Dept. of Electronics and Communication Engineering BIT, Kolkata, India, pp 883-887
- [6] Erik G. Larsson, Ove Edfors, Fredrik Tufvesson, Thomas L. Marzetta, "Massive MIMO for next generation wireless system", IEEE Communications Magazine, vol. 52, issue. 2, 2014.
- [7] Erik G. Larsson and Petre Stoica Space-Time Block Coding for Wireless Communications, Cambridge, 2005.

